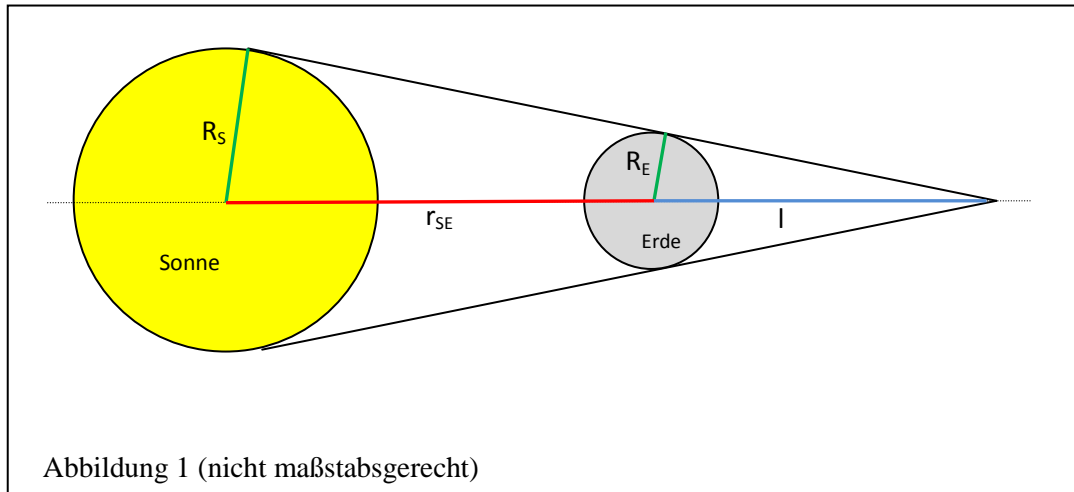


Einfache Berechnungen zur totalen Mondfinsternis

(1) Herleitung der Gleichung zur Berechnung der Kernschattenlänge l der Erde



R_S : Radius der Sonne

R_E : Radius der Erde

r_{SE} : Abstand Sonne-Erde

l : Länge des Kernschattens der Erde

Ansatz: Strahlensatz über gleichliegende Parallelenabschnitte (R_S und R_E) und den zugehörigen Strahlenabschnitten auf einen gemeinsamen Strahl.

Herleitung:

$$\frac{R_S}{R_E} = \frac{r_{SE} + l}{l}$$

$$l * R_S = (r_{SE} + l) * R_E$$

$$l * R_S = r_{SE} * R_E + l * R_E$$

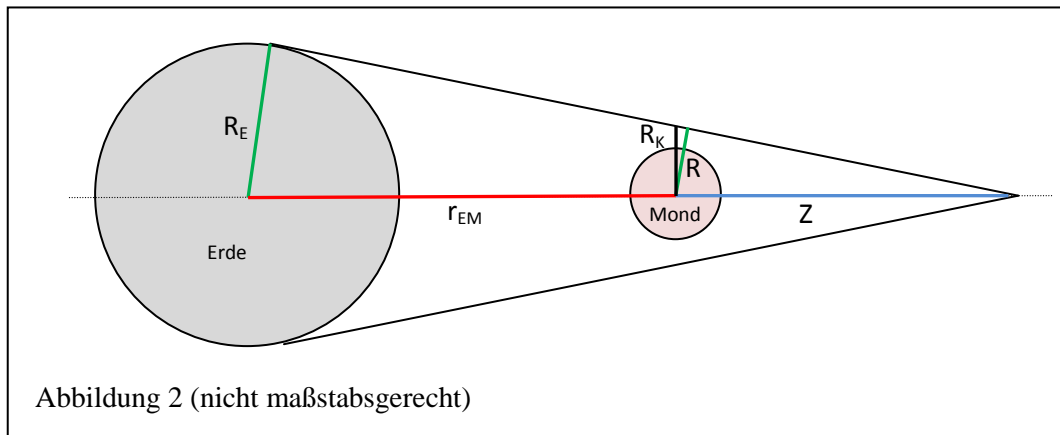
$$l * R_S - l * R_E = r_{SE} * R_E$$

$$l * (R_S - R_E) = r_{SE} * R_E$$

$$l = \frac{r_{SE} * R_E}{(R_S - R_E)}$$

Beispiel: Für die mittlere Entfernung Sonne-Erde mit $r_{SE} = 150 * 10^6$ km ergibt sich für die Länge des Kernschattens der Wert $l = 1,39 * 10^6$ km. Die Länge ändert sich nur unwesentlich, wenn die Extremwerte für die Entfernung Sonne-Erde eingesetzt werden.

(2) Berechnung des Kernschattendurchmessers an der Stelle des Mondes



R_E : Radius der Erde

R_K : Radius des Kernschattens an der Stelle des Mondes

r_{EM} : Abstand des Mondes von der Erde

Z : Abstand des Mondes bis zur Kernschattenspitze

l : Länge des Kernschattens

Annahme: $R = R_K$ Diese Annahme ist berechtigt, da $(R_K - R)$ vernachlässigbar ist.

Ansatz: Strahlensatz über gleichliegende Parallelenabschnitte (R_E und R) und den zugehörigen Strahlenabschnitten auf einen gemeinsamen Strahl.

Herleitung:

$$\frac{R}{R_E} = \frac{z}{r_{EM} + z} \quad \text{mit } z = l - r_{EM}$$

$$R = \frac{(l - r_{EM}) * R_E}{l}$$

Beispiel: Für die mittlere Entfernung Erde-Mond mit $r_{EM} = 3,844 \cdot 10^5$ km ergibt sich für den Durchmesser des Kernschattens an der Stelle des Mondes der Wert $2R = 9218$ km.

Damit ist der Kernschattendurchmesser ca. 2,5 mal so groß wie der Monddurchmesser. Entsprechende Rechnungen mit den „Extremwerten“ für Entfernung Erde-Mond können selbst durchgeführt werden.

Schlussfolgerungen: 1. Es kann unter den bestehenden Entfernungsverhältnissen keine ringförmig Mondfinsternis geben.

2. Der Mond muss nicht genau auf einer Linie mit Sonne und Erde (also im Knoten) stehen, damit eine totale Finsternis entsteht.

3. Bewegt sich der Mond auf der Zentrallinie durch den Kernschatten, so dauert die Finsternis am längsten.

(3) Berechnung der Dauer einer totalen Finsternis

Annahme: 1. Der Mond bewegt sich auf der Zentrallinie gleichförmig. Da die Entfernung Erde-Mond während dieser Bewegung sich kaum ändert, können wir annehmen, dass sich der Mond auf einer Kreisbahn und damit gleichförmig bewegt.

2. Die Rotation der Erde wird vernachlässigt.

Ansatz: 1. Berechnung der Bahngeschwindigkeit

$$v = \frac{2\pi * r_{EM}}{T}$$

Für die mittlere Entfernung Erde-Mond ($r = 3,844.105 \text{ km}$) und der Umlaufzeit $T = 27,3 \text{ d}$ ergibt sich für die Bahngeschwindigkeit der Wert von $v = 3686 \text{ km/h}$.

2. Berechnung der Zeit vom Eintritt bis zur Totalität (1. bis 2.Kontakt)

$$t = \frac{S_1}{v}$$

Die Zeit beträgt ca. 57 min, also etwa 1 Std.

3. Berechnung der Zeit der Totalität

$$t = \frac{S_2}{v}$$

Die Dauer der Totalität beträgt ca. 1 Std und 35 min.

